

# Εισαγωγή στις στροβιλομηχανές

Ευάγγελος Π. Φινδανής  
Τοπογράφος Μηχανικός MSc

## Εισαγωγή

Στο παρόν άρθρο θα παρουσιαστούν ορισμένα εισαγωγικά στοιχεία σχετικά με τις **στροβιλομηχανές**. **Οι στροβιλομηχανές είναι μηχανές οι οποίες είτε προσθέτουν ενέργεια σε μία ροή είτε αποσπών ενέργεια από αυτή**. Στην περίπτωση που προσθέτουν ενέργεια στην ροή οι στροβιλομηχανές καλούνται **αντλίες** ενώ εάν αποσπών ενέργεια από την ροή καλούνται **υδροστρόβιλοι** (ή **τουρμπίνες**). Η επίδραση των μηχανών αυτών στον τρόπο ζωής του ανθρώπου είναι καθοριστική. Αρκεί κανείς να λάβει υπόψιν του πως οι αντλίες είναι οι δεύτερες σε πωλήσεις συσκευές μετά τις λάμπες ηλεκτρικού ρεύματος.

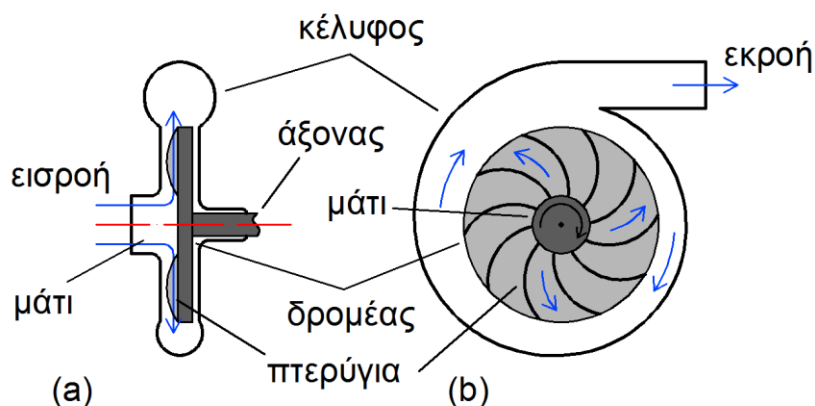
## Λειτουργία των στροβιλομηχανών

Στροβιλομηχανές συναντάμε παντού στην καθημερινότητα μας. Παραδείγματος χάριν, ο ανεμιστήρας που χρησιμοποιούμε κατά τις θερμές περιόδους είναι επί της ουσίας μία αντλία διότι καταναλώνει ηλεκτρική ενέργεια για να ωθήσει τον αέρα. Ένας ανεμιστήρας έχει ως μόνο βασικό μηχανικό τμήμα τα περιστρεφόμενα πτερύγια του. Το περιστρεφόμενο τμήμα μίας στροβιλομηχανής το οποίο συμπεριλαμβάνει τα πτερύγια της καλείται **δρομέας**. Συνεπώς, ένας ανεμιστήρας αποτελείται από έναν απλό δρομέα. Άλλες στροβιλομηχανές όπως οι αντλίες νερού έχουν ένα ακόμη βασικό τμήμα το οποίο ονομάζεται **κέλυφος** και περιβάλλει τον δρομέα. Στο σχήμα 1 παρουσιάζεται μία αντλία νερού όπου φαίνονται ο δρομέας και το κέλυφος της. Ο δρομέας παριστάνεται με σκούρο γκρι χρώμα ενώ τα πτερύγια παριστάνονται με ανοικτό γκρι χρώμα. Επιπλέον, στο σχήμα 1 βλέπουμε ότι ένας άξονας είναι προσαρτημένος στον δρομέα ο οποίος τον συνδέει με έναν κινητήρα που προκαλεί την περιστροφική του κίνηση.

Η βασική αρχή λειτουργίας μίας αντλίας είναι απλή. Τα πτερύγια του δρομέα λόγω της περιστροφής τους προσδίδουν στο νερό (ή σε κάποιο άλλο ρευστό) κινητική ενέργεια. Έπειτα, η διατομή της ροής αυξάνεται και ως εκ τούτου το κινητικό φορτίο μετατρέπεται σε φορτίο πίεσης έτσι ώστε το ολικό φορτίο να παραμείνει σταθερό. Η λειτουργία των υδροστρόβιλων ακολουθεί αντίστροφη λογική. Το νερό καθώς ρέει ανάμεσα στα πτερύγια ενός υδροστρόβιλου ασκεί σε αυτά δυναμική άνωση και επομένως στον δρομέα ασκείται περιστροφική ροπή. Η ροπή αυτή μεταβιβάζεται μέσω του άξονα στον ηλεκτροκινητήρα με αποτέλεσμα την παραγωγή ηλεκτρικού ρεύματος.

Επίσης, υπάρχουν στροβιλομηχανές οι οποίες μπορεί κάποιες χρονικές περιόδους να δουλεύουν ως αντλίες και άλλες περιόδους ως υδροστρόβιλοι. Δηλαδή η μηχανική διάταξη των αντλιών και των υδροστρόβιλων είναι πανομοιότυπη. Παραδείγματος χάριν,

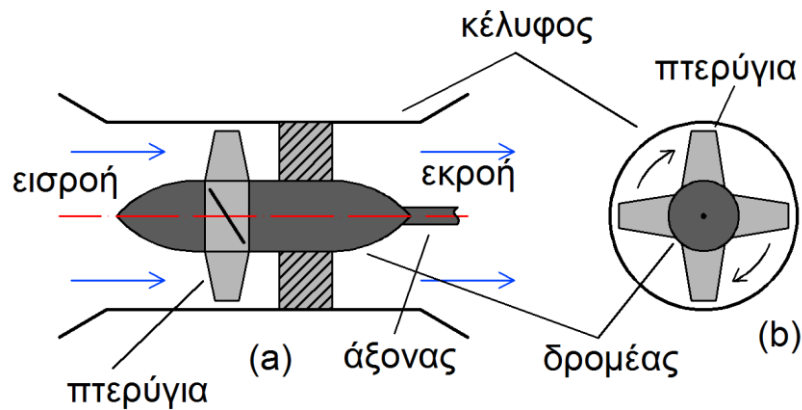
στα υδροηλεκτρικά έργα αντλήσεως ταμειύσεως, τις ώρες αιχμής οι στροβιλομηχανές λειτουργούν ως υδροστρόβιλοι για να παράξουν ηλεκτρική ενέργεια. Όμως τις βραδινές ώρες στο ηλεκτρικό δίκτυο υπάρχει περίσσια ηλεκτρικής ενέργειας που είναι αναγκαίο να καταναλωθεί και ως εκ τούτου οι στροβιλομηχανές λειτουργούν ως αντλίες που ανυψώνουν το νερό πάλι πίσω στο φράγμα. Έτσι τις βραδινές ώρες η περίσσια ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται σε δυναμική ενέργεια η οποία μπορεί να ξαναχρησιμοποιηθεί εκ νέου κατά την διάρκεια των ωρών αιχμής.



**Σχήμα 1:** (a) Μία τομή μίας ακτινικής αντλίας παράλληλη στον άξονα περιστροφής του δρομέα. Με κόκκινο παρουσιάζεται ο άξονας περιστροφής ενώ με μπλε η φορά κίνησης του νερού. (b) Μία τομή της αντλίας κάθετη στον άξονα περιστροφής του δρομέα.

Επιπρόσθετα, σημαντική είναι η διάκριση των στροβιλομηχανών σε μηχανές ακτινικής, αξονικής και μικτής ροής. Σε μία στροβιλομηχανή ακτινικής ροής, το ρευστό κινείται ακτινικά πάνω στον δρομέα. Στο σχήμα 8.5 παρουσιάζεται μία αντλία ακτινικής ροής της οποίας ο δρομέας έχει σχεδιαστεί με λεπτομέρεια. Όταν ο δρομέας περιστρέφεται, η αντλία αναρροφά το νερό από το κέντρο του κελύφους της, το οποίο αποκαλείται μάτι, και το οδηγεί προς το κέντρο του δρομέα. Εξαιτίας της περιστροφής των πτερυγίων το νερό κινείται ακτινικά υπό την επίδραση της φυγόκεντρης δύναμης και μεταφέρεται από το κέντρο του δρομέα προς την περιφέρεια του. Έπειτα, εκρέει από την αντλία. Παρατηρούμε ότι το κέλυφος της αντλίας δεν έχει σταθερή ακτίνα αλλά αυξάνεται κατά την διεύθυνση της περιστροφής του δρομέα. Αυτό συμβαίνει για να παραμένει σταθερή η ταχύτητα του νερού εντός του κελύφους.

Αντίθετα, σε μία στροβιλομηχανή αξονικής ροής, η κίνηση του ρευστού γίνεται κυρίως κατά την διεύθυνση του άξονα περιστροφής του δρομέα. Στο σχήμα 2 έχει σχεδιαστεί μία αντλία αξονικής ροής όπου το νερό κινείται κατά την διεύθυνση του άξονα περιστροφής του δρομέα. Ο δρομέας παριστάνεται με σκούρο γκρι χρώμα ενώ τα πτερύγια του παριστάνονται με ανοικτό γκρι. Με διαγράμμιση φαίνεται μία μηχανική δομή που σταθεροποιεί την περιστροφική κίνηση του δρομέα. Επιπρόσθετα, ως μηχανές μικτής ροής χαρακτηρίζονται οι στροβιλομηχανές στις οποίες καθώς το ρευστό διέρχεται από τον δρομέα έχει συνιστώσες ταχύτητας τόσο ως προς την ακτινική κατεύθυνση όσο ως προς την αξονική κατεύθυνση.



**Σχήμα 2:** (a) Μία τομή μίας αξονικής αντλίας παράλληλη στον άξονα περιστροφής του δρομέα. Με κόκκινο παρουσιάζεται ο άξονας περιστροφής ενώ με μπλε η φορά κίνησης του νερού. (b) Μία τομή της αντλίας κάθετη στον άξονα περιστροφής του δρομέα.

### Μαθηματική περιγραφή μίας αντλίας

Η ροή κατά την διέλευση της διαμέσου μίας στροβιλομηχανής είναι τρισδιάστατη και μη μόνιμη. Παρ' όλα αυτά μία ροή αυτού του είδους μπορεί να αναλυθεί με την βοήθεια διαγραμμάτων που ονομάζονται **τρίγωνα ταχυτήτων**. Σε ένα τρίγωνο ταχυτήτων πάντα παρουσιάζονται τα εξής τρία διανύσματα: η γραμμική ταχύτητα του δρομέα, η απόλυτη ταχύτητα του ρευστού και η σχετική ταχύτητα του ρευστού ως προς τον δρομέα (σχήμα 3). Η γραμμική ταχύτητα σε ένα σημείο του δρομέα συμβολίζεται με  $\vec{U}$ , η απόλυτη ταχύτητα του ρευστού συμβολίζεται με  $\vec{V}$  και η σχετική ταχύτητα του ως προς τον δρομέα συμβολίζεται με  $\vec{W}$ . Ισχύει η διανυσματική σχέση

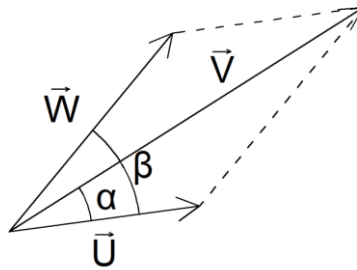
$$\vec{V} = \vec{W} + \vec{U} \quad (1)$$

Η γωνία μεταξύ των διανυσμάτων  $\vec{U}$  και  $\vec{V}$  συμβολίζεται με  $\alpha$  ενώ η γωνία μεταξύ των διανυσμάτων  $\vec{U}$  και  $\vec{W}$  συμβολίζεται με  $\beta$ . Επιπλέον, το μέτρο της γραμμικής ταχύτητα σε ένα σημείο του δρομέα δίνεται από την εξίσωση

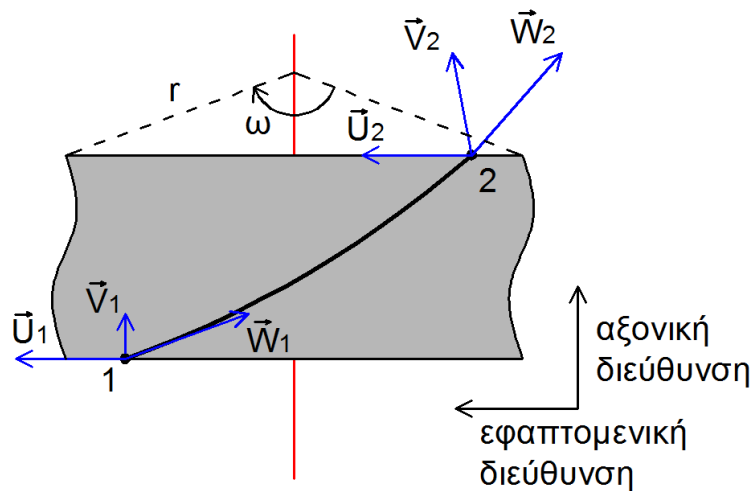
$$U = \omega r \quad (2)$$

όπου  $\omega$  η γωνιακή ταχύτητα του δρομέα και  $r$  η ακτινική απόσταση από τον άξονα περιστροφής.

Για την ανάλυση των στροβιλομηχανών εφαρμόζουμε τα τρίγωνα λειτουργίας στην είσοδο και στην έξοδο ενός πτερυγίου της στροβιλομηχανής. Στο σχήμα 4 φαίνεται ένα πτερύγιο μίας αντλίας αξονικής ροής το οποίο ο αναγνώστης παρατηρεί κοιτώντας προς την ακτινική διεύθυνση (κάθετα στο σχήμα). Στο πτερύγιο αυτό θεωρούμε τα σημεία 1 και 2. Το σημείο 1 βρίσκεται στην είσοδο του ρευστού στο πτερύγιο ενώ το σημείο 2 βρίσκεται στην έξοδο του ρευστού από το πτερύγιο.



Σχήμα 3: Ένα τρίγωνο ταχυτήτων.

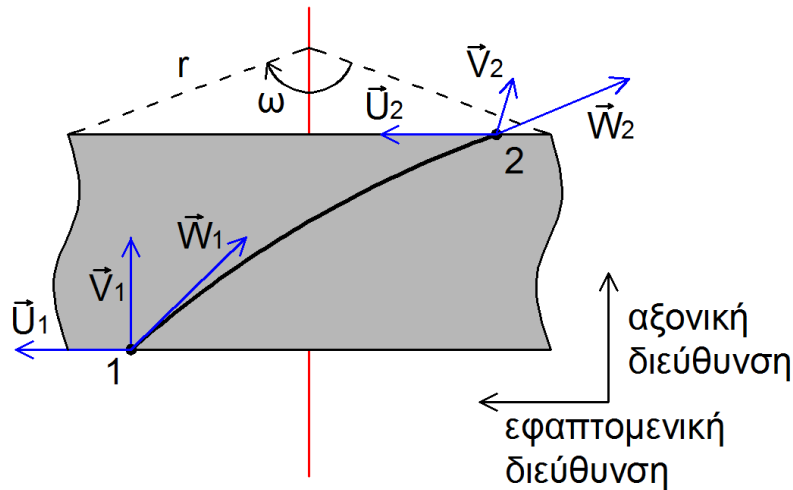


Σχήμα 4: Ένα περύγιο μίας αντλίας αξονικής ροής. Παριστάνονται τα διαγράμματα ταχυτήτων για τα σημεία 1 και 2. Το σημείο 1 βρίσκεται στην είσοδο του ρευστού στο περύγιο ενώ το σημείο 2 στην έξοδο. Επιπλέον, με γκρι χρώμα φαίνεται ένα τμήμα του δρομέα και με κόκκινο ο άξονας του δρομέα.

Στο σχήμα 4 παρατηρούμε ότι τα διανύσματα  $\vec{W}_1$  και  $\vec{W}_2$  εφάπτονται στο περύγιο στα σημεία 1 και 2 αντίστοιχα διότι το ρευστό εισρέει και εκρέει ομαλά από το περύγιο. Επιπλέον, τα διανύσματα  $\vec{U}_1$  και  $\vec{U}_2$  έχουν το ίδιο μέτρο καθώς τα σημεία 1 και 2 ισαπέχουν κατά απόσταση  $r$  από τον άξονα περιστροφής του δρομέα (ισχύει  $U_1 = U_2 = \omega r$ ). Τέλος, η ταχύτητα  $\vec{V}_1$  του ρευστού στην είσοδο του περυνγίου έχει μόνο αξονική συνιστώσα ενώ η ταχύτητα  $\vec{V}_2$  του ρευστού στην έξοδο του περυνγίου έχει και αξονική και εφαπτομενική συνιστώσα. Γίνεται επομένως κατανοητό ότι το περύγιο της αντλίας ώθησε το ρευστό κατά την θετική εφαπτομενική διεύθυνση και ως εκ τούτου το περύγιο κάνει έργο πάνω στο ρευστό. Δηλαδή ενέργεια μεταφέρεται από την αντλία στο ρευστό.

Αντίστοιχοι συλλογισμοί μπορούν να γίνουν και για αντλίες ακτινικής και μικτής ροής αλλά και για υδροστρόβιλους. Στο σχήμα 5 παρουσιάζεται ένα περύγιο ενός υδροστρόβιλου αξονικής ροής. Το σημείο 1 αντιστοιχεί στην είσοδο του ρευστού στο περύγιο και το σημείο 2 στην έξοδο του. Το ρευστό εισέρχεται με ταχύτητα  $\vec{V}_1$  η οποία έχει μόνο αξονική συνιστώσα ενώ εξέρχεται από το περύγιο με ταχύτητα  $\vec{V}_2$  η οποία

έχει και αξονική και εφαπτομενική συνιστώσα. Η εφαπτομενική συνιστώσα του διανύσματος  $\vec{V}_2$  έχει φορά προς την αρνητική εφαπτομενική διεύθυνση διότι το ρευστό ώθησε το πτερύγιο του υδροστρόβιλου. Συνεπώς το ρευστό έκανε έργο πάνω στο πτερύγιο του υδροστρόβιλου και ενέργεια μεταφέρθηκε από το ρευστό στον υδροστρόβιλο.



**Σχήμα 5:** Παριστάνεται ένα πτερύγιο ενός υδροστρόβιλου αξονικής ροής. Με γκρι χρώμα φαίνεται ένα τμήμα του δρομέα και με κόκκινη γραμμή ο άξονας του δρομέα.

### Η αρχή διατήρησης της στροφορμής για στροβιλομηχανές

Έπειτα, είναι αναγκαίο σε μία στροβιλομηχανή να συσχετίσουμε τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του δρομέα με την ισχύ της στροβιλομηχανής. Για να το πετύχουμε αυτό πρέπει να εφαρμόσουμε την αρχή διατήρησης της στροφορμής. Έστω ότι έχουμε τον δρομέα του σχήματος 6 ο οποίος περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  γύρω από έναν άξονα (κόκκινη αξονική γραμμή). Ο δρομέας του σχήματος 6 αντιστοιχεί σε μία στροβιλομηχανή αξονικής ροής. Παρ' όλα αυτά δεν χάνεται η γενικότητα της ανάλυσης και τα αποτελέσματα που θα προκύψουν από αυτήν ισχύουν για οποιαδήποτε στροβιλομηχανή.

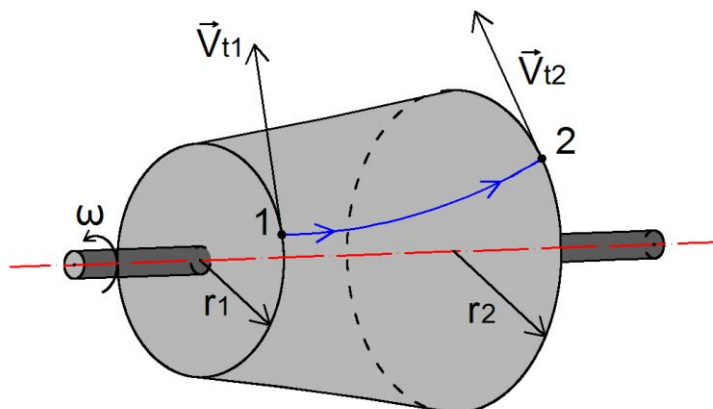
Θεωρούμε ξανά τα σημεία 1 και 2 όπου το σημείο 1 βρίσκεται στην είσοδο του ρευστού στον δρομέα και το σημείο 2 στην έξοδο. Όταν ένα σωματίδιο ρευστού μάζας  $dm$  βρίσκεται στο σημείο 1 έχει στροφορμή  $L_1$  ίση με

$$L_1 = dmV_{t1}r_1$$

Ομοίως, ένα σωματίδιο ρευστού μάζας  $dm$  βρίσκεται στο σημείο 2 έχει στροφορμή  $L_2$  ίση με

$$L_2 = dmV_{t2}r_2$$

Με  $V_{t1}$  και  $V_{t2}$  συμβολίζουμε τις εφαπτομενικές συνιστώσες των διανυσμάτων  $\vec{V}_1$  και  $\vec{V}_2$  αντίστοιχα. Το  $V_{t1}$  είναι θετικό εάν έχει την ίδια φορά με το  $U_1$  και αρνητικό εάν έχει την αντίθετη φορά. Η ίδια ακριβώς λογική ισχύει και για το  $V_{t2}$ .



**Σχήμα 6:** Ένας δρομέας μίας στροβιλομηχανής αξονικής ροής περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ . Με μπλε χρώμα φαίνεται η διαδρομή ενός σωματιδίου ρευστού καθώς κινείται από το σημείο 1 στο σημείο 2.

Η ροπή  $\tau_{\text{shaft}}$  που ασκείται από τον άξονα του δρομέα στο ρευστό δίνεται από την σχέση

$$\tau_{\text{shaft}} = \frac{dL}{dt}$$

Αναπτύσσοντας αυτή την εξίσωση λαμβάνουμε

$$\begin{aligned} \tau_{\text{shaft}} &= \frac{L_2 - L_1}{dt} = \frac{dmV_{t2}r_2 - dmV_{t1}r_1}{dt} \Rightarrow \\ \tau_{\text{shaft}} &= \frac{dm}{dt}(V_{t2}r_2 - V_{t1}r_1) \end{aligned}$$

Ο λόγος  $dm/dt$  είναι η παροχή μάζας  $\dot{m}$  που περνάει από τον δρομέα. Ως γνωστόν ισχύει  $\dot{m} = \rho Q$ . Έτσι έχουμε

$$\tau_{\text{shaft}} = \rho Q(V_{t2}r_2 - V_{t1}r_1) \quad (3)$$

Η εξίσωση (3) χαρακτηρίζεται ως η εξίσωση του Euler για στροβιλομηχανές. Η ροπή  $\tau_{\text{shaft}}$  είναι θετική εάν τείνει να αυξήσει την γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ , δηλαδή να επιταχύνει την περιστροφή του δρομέα. Στην αντίθετη περίπτωση, είναι αρνητική.

Η ισχύς  $P_{\text{shaft}}$  του άξονα περιστροφής του δρομέα δίνεται από την σχέση

$$P = \omega \tau_{\text{shaft}}$$

Επομένως

$$P_{\text{shaft}} = \omega \tau_{\text{shaft}} = \omega \rho Q(V_{t2}r_2 - V_{t1}r_1) \Rightarrow$$

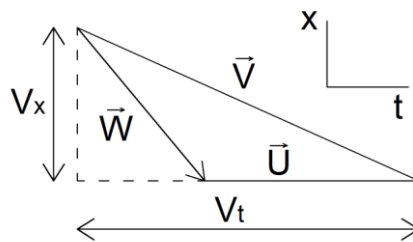
$$P_{\text{shaft}} = \rho Q (V_{t2} U_2 - V_{t1} U_1) \quad (4)$$

Εάν η στροβιλομηχανή μεταβιβάζει ενέργεια στο ρευστό, δηλαδή είναι αντλία, ισχύει  $P_{\text{shaft}} > 0$  διότι ο άξονας τείνει να επιταχύνει την περιστροφή του δρομέα ( $\tau_{\text{shaft}} > 0$ ). Αντίθετα, στην περίπτωση που η στροβιλομηχανή αποσπά ενέργεια από το ρευστό, δηλαδή είναι υδροστρόβιλος, ισχύει  $P_{\text{shaft}} < 0$  γιατί ο άξονας αντιστέκεται στην περιστροφική κίνηση του δρομέα ( $\tau_{\text{shaft}} < 0$ ).

Επίσης, το έργο  $w_{\text{shaft}}$  που παράγει ο άξονας της στροβιλομηχανής ανά μονάδα μάζας ρευστού υπολογίζεται από την εξίσωση

$$w_{\text{shaft}} = V_{t2} U_2 - V_{t1} U_1 \quad (5)$$

Η σχέση αυτή μπορεί να λάβει μία εναλλακτική μορφή χρησιμοποιώντας το σχήμα 7 όπου έχει σχεδιαστεί ένα τρίγωνο λειτουργίας. Με  $t$  συμβολίζεται η εφαπτομενική διεύθυνση και με  $x$  μία διεύθυνση κάθετη σε αυτή. Στην περίπτωση που η υπό μελέτη στροβιλομηχανή είναι ακτινικής ροής, το  $x$  είναι η ακτινική διεύθυνση. Ομοίως, αν η στροβιλομηχανή που μας ενδιαφέρει είναι αξονική, το  $x$  είναι η αξονική διεύθυνση. Παρατηρούμε ότι η απόλυτη ταχύτητα  $\vec{V}$  αναλύεται στις συνιστώσες  $V_x$  και  $V_t$ .



**Σχήμα 7:** Ένα τρίγωνο λειτουργίας. Έχουν σχεδιαστεί οι συνιστώσες του διανύσματος  $V$ . Τα βέλη στο πέρας των διανυσμάτων  $V$  και  $U$  δεν έχουν σχεδιαστεί χάριν απλότητας.

Από το πυθαγόρειο θεώρημα παίρνουμε

$$V^2 = V_x^2 + V_t^2$$

Αλλά επίσης ισχύει

$$W^2 = V_x^2 + (V_t - U)^2$$

Απαλείφοντας από τις δύο παραπάνω σχέσεις το  $V_x$  προκύπτει η γενική σχέση

$$V_t U = \frac{V^2 + U^2 - W^2}{2} \quad (6)$$

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (5) και (6) έχουμε

$$w_{\text{shaft}} = \frac{(V_2^2 - V_1^2) + (U_2^2 - U_1^2) - (W_2^2 - W_1^2)}{2} \quad (7)$$

Έτσι είναι δυνατόν να υπολογίσουμε το έργο ανά μονάδα μάζας (και επομένως την ισχύ) που παράγει ο άξονας έχοντας ως δεδομένο την απόλυτη ταχύτητα του ρευστού, την σχετική ταχύτητα του ρευστού και την ταχύτητα του δρομέα στην είσοδο και στην έξοδο της στροβιλομηχανής.

Τέλος, διαιρώντας την σχέση (5) με το  $g$  προκύπτει ότι το ιδανικό φορτίο  $H_i$  (μανομετρικό) που προστίθεται στο ρευστό καθώς διέρχεται από την στροβιλομηχανή δίνεται από την σχέση

$$H_i = \frac{V_{t2}U_2 - V_{t1}U_1}{g} \quad (8)$$

ή

$$H_i = \frac{(V_2^2 - V_1^2) + (U_2^2 - U_1^2) - (W_2^2 - W_1^2)}{2g} \quad (9)$$

Για αντλίες ισχύει  $H_i > 0$  ενώ για υδροστρόβιλους  $H_i < 0$  (αφού ενέργεια αφαιρείται από την ροή). Μία αντλία αποδίδει στην ροή φορτίο ίσο με το ιδανικό όταν  $n=1$ , δηλαδή όταν η ηλεκτρική ενέργεια που καταναλώνεται από αυτήν μετατρέπεται πλήρως σε υδραυλική ενέργεια. Αντίστοιχα, ένας υδροστρόβιλος αποσπά από μία ροή φορτίο ίσο με το ιδανικό όταν  $n=1$ , δηλαδή όταν η υδραυλική ενέργεια που καταναλώνει μετατρέπεται πλήρως σε ηλεκτρική. Αξίζει να τονισθεί πως οι εξισώσεις (3), (4), (5), (6), (7), (8) και (9) εφαρμόζονται σε οποιαδήποτε στροβιλομηχανή λόγω της γενικής ανάλυσης που ακολουθήσαμε.